

УДК 625.073

**Омурбекова Гулзат Кочкорбаевна,**

*к.т.н., доцент,*

*Кыргызско-Узбекский Международный университет им. Б. Сыдыкова*

**Омурбекова Гулзат Кочкорбаевна,**

*т.и.к., доцент,*

*Б. Сыдыков ат. Кыргыз-Өзбек Эл аралык университети*

**Omurbekova Gulzat Kochkorbaevna,**

*candidate of technical sciences, associate professor,*

*Kyrgyz-Uzbek International University named after B. Sydykov*

**Адылова Эльмира Садыкжановна,**

*старший преподаватель,*

*Кыргызско-Узбекский Международный университет им. Б. Сыдыкова*

**Адылова Эльмира Садыкжановна,**

*ага окутуучу,*

*Б. Сыдыков ат. Кыргыз-Өзбек Эл аралык университети*

**Adylova Elmira Sadykzhanovna,**

*senior lecturer,*

*Kyrgyz-Uzbek International University named after B. Sydykov*

**Жапаркулов Асилбек Маматович,**

*старший преподаватель,*

*Ошский государственный университет*

**Жапаркулов Асилбек Маматович,**

*ага окутуучу,*

*Ош мамлекеттик университети*

**Zhaparkulov Asilbek Mamatovich,**

*senior lecturer,*

*Osh State University*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ЧАСТИЦ КВАРЦЕВЫХ ПЕСКОВ ТАШ-КУМЫРСКОГО И ОЗГУРСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЙ**

**Аннотация.** Статья посвящена вопросам анализа морфологии кварцевых песков с применением новых методов фрактальной геометрии. Объектом исследования являются кварцевые пески Таш-Кумырского и Озгурского месторождений, а также предметом исследования определения фрактальных размерностей этих песков. А также определении дисперсный состав кварцевых песков этих же месторождений.

Создана компьютерная программа для создания логарифмической сетки с помощью, которая можно определить параметр (тангенс угла) для нахождения фрактального размера частиц песка. На основе теории самоподобия создана модель расчета фрактальной размерности частиц кварцевых песков Таш-Кумырского, и Озгурского месторождения. Выявлено,

что фрактальная размерность частиц в пределах 0-0,1 мм кварцевого песка Таш-Кумырского месторождения на 4% превышает размерность кварцевого песка Озгурского месторождения.

**Ключевые слова:** Кварцевый песок, фрактальная размерность, дисперсность, логарифмическая сетка, подсчет число клеток.

### ТАШ-КӨМҮР ЖАНА ОЗГУР КЕНДЕРИНИН КВАРЦ КУМ БӨЛҮКЧӨЛӨРҮНҮН ФРАКТАЛДЫК ӨЛЧӨМҮН ИЗИЛДӨӨ

**Аннотация.** Макалa фракталдык геометриянын жаңы ыкмаларын колдонуу менен кварц кумдарынын морфологиясын талдоого арналган. Изилдөө объектиси болуп Таш-Көмүр жана Озгур кендеринин кварц кумдары, ошондой эле бул кумдардын фракталдык өлчөмдөрүн аныктоонун изилдөө предмети саналат. Ошондой эле ошол эле кендердин кварц кумдарынын дисперстик курамын аныктоо. Логарифмдик торду түзүү үчүн компьютердик программа түзүлдү, анын жардамы менен кум бөлүкчөлөрүнүн фракталдык өлчөмүн табуу үчүн параметрди (бурч тангенци) аныктоого болот. Өзүнө окшоштук теориясынын негизинде Таш-Көмүр жана Озгур кендериндеги кварц кумунун бөлүкчөлөрүнүн фракталдык өлчөмүн эсептөө модели түзүлгөн.

**Негизги сөздөр:** Кварц куму, фракталдык өлчөм, дисперсия, логарифмдик тор, клеткалардын санын эсептөө.

### DETERMINATION OF THE FRACTAL DIMENSION OF QUARTZ SAND PARTICLES FROM THE TASH-KUMYR AND OZGUR DEPOSITS

**Abstract.** The article is devoted to the analysis of the morphology of quartz sands using new methods of fractal geometry. The object of the study is the quartz sands of the Tash-Kumyr and Ozgur deposits, as well as the subject of the study of determining the fractal dimensions of these sands. And also determination of the dispersed composition of quartz sands of the same deposits.

A computer program has been created to create a logarithmic grid with the help of which a parameter (angle tangent) can be determined to find the fractal size of sand particles. Based on the theory of self-similarity, a model has been created for calculating the fractal dimension of quartz sand particles from the Tash-Kumyr and Ozgur deposits. It was revealed that the fractal dimension of particles within the range of 0-0.1mm of quartz sand of the Tash-Kumyr deposit exceeds the dimension of quartz sand of the Ozgur deposit by 4%

**Key words:** Quartz sand, fractal dimension, dispersion, logarithmic grid, counting the number of cells.

#### Введение

Ученые выяснили, что до 60% всей земной коры имеет в своем составе кварцевые песчаные фракции и ее главной составляющей считается диоксид кремния. Химическая формула кварцевого песка  $\text{SiO}_2$ , т.е. состоит из Si (кремния) и оксида кислорода. Кроме этих компонентов, состав может включать в себя окислы железа или других металлов, примесь глины. Натуральный природный горный песок содержит в составе не менее 92-95% чистого кварца, он

используется как в природном виде, так и в виде концентратов, в зависимости от granulometric и химического состава. В природе песок может образовываться естественным путем, либо его получают при искусственной обработке более крупных фракций.

Горные породы и массивы вследствие неоднородности состава и структуры имеют сложное строение пространства дефектов, дислокаций и других мест «ослаблений», которое представляет собой трехмерную

систему условно несвязанных (условно взаимосвязанных) дефектов разной формы и размеров. Описание структуры пространства дефектов - довольно сложная задача, требующая ввода упрощающих моделей и других допущений. Поэтому определение фрактальной размерности кварцевых песков являются актуальной задачей.

Мандельброт в 1975 году дал название – фракталы и стал основоположником нового раздела математики – фрактальной геометрии. Понятия фрактал и фрактальная геометрия с середины 80-х прочно вошли в обиход как математиков и программистов, так и других исследователей. Слово фрактал образовано от латинских слов: fractus – сломанный, разбитый, дробный и соответствующего глагола frangere – ломать, размывать, то есть создавать фрагменты неправильной формы.[1]

Фрактальный анализ, который можно свести к определению характера изменения фрактальной размерности в процессе разрушения, позволяет перейти к моделям, учитывающим сложность пространственной организации реальной физической системы. [2]

Как показали исследования [3-8], эффективным способом моделирования шероховатых (недифференцируемых) поверхностей для решения задач кварцевых песков является использование методов фрактальной геометрии, учитывающих шероховатость на микро- и наноуровне и базирующихся на справедливости утверждения, что структура естественной поверхности одинаково фрактальна на всех уровнях.

Задачей данной работы является определения фрактальной размерностей кварцевых песков Таш-Кумырского и Озгурского месторождений, а также анализ их точности. Количественной характеристикой фрактала является фрактальная размерность  $D$ , которая, как уже отмечалось выше, имеет размерность отличную от евклидовой ( $D_e=1; 2$  и  $3$ ) и является дробной. Существует несколько теорий определения фрактальной размерности. Для многих реальных

фракталов метод определения размерности путем подсчета числа клеток, содержащих контур фрактала, оказывается более предпочтительным [8].

### *Методы и материалы*

Впервые в 1919 году математический аппарат для расчета дробных размерностей предложил немецкий ученый Феликс Хаусдорф. Чтобы получить формулы расчетов размерности фигуры, можно рассуждать следующим образом:

-если взять линейный отрезок длиной 1 и разделить его на три равных отрезка ( $N$ ) то мы получим, что длина каждого маленького фрагмента будет равна  $r=1/3$ . При этом  $N \cdot r = 1$  даст исходную длину отрезка;

- если мы повторим те же рассуждение на плоскости с квадратами и каждую сторону квадрата поделим на три части, то в этом случае у нас получится 9 маленьких квадратов, т.е.  $N=9$ , а линейный размер сторон этих квадратов будет по-прежнему  $r=1/3$ . Тогда общая площадь квадрата, которая равна единице, можно выразить следующим произведением:  $N \cdot r^2 = 1$ , где  $r$  площадь маленького квадратика и ее можно воспринимать как коэффициент подобия, т.е. маленький квадратик подобен большому квадрату.

- если рассмотрим куб, то количество кубиков  $N=27$ , коэффициент подобия кубика по-прежнему  $r=1/3$ , объем большого куба  $N \cdot r^3 = 1$ .

Степень коэффициентов подобия, есть размерность пространства которого принадлежит та или иная фигура, т.е. линия одномерному, квадрат двумерному, а куб трехмерному пространствах. В общем случае, формула получится так:  $N \cdot r^d = 1$ . Прологарифмируя левую и правую части этой формулы можно выразить степень  $d$ , и она равна :

$$d = \frac{\log N}{\log \left(\frac{1}{r}\right)} \quad (1)$$

Где  $d$  фрактальной размерность или размерность подобия и (1) формула -это формула Хаусдорфа для вычисления размерности произвольных кривых кото-

рые могут быть разбиты на одинаковые фрагменты. Поэтому принцип расчета предложенных Хаусдорфом хорошо подходит для фрактальных кривых.

Именно такой метод выбран для определения фрактальной размерности песков, предложенный М.Ю. Яблоковым [9]. Сущность метода заключается в следующем. На черно-белое изображение накладывается сетка с квадратной ячейкой размером  $\delta$  и подсчитывается число клеток, в которые попадает фрактал. Определяется зависимость количества ячеек, занятых черными или белыми пикселями, от размера ячейки. Сетчатая фрактальная размерность частиц кварцевых песков определяется по наклону линии, полученной построением логарифмической зависимости.

Вне зависимости каким способом он получен кварцевый песок, перед применением его в обязательном порядке разделяют по размеру на фракции и подвергают очистке.

Ситовой анализ провели ручным способом на наборе сит. Кварцевые пески пере-

носили на верхнее сито набора, закрывали крышкой и вели рассев в течение в течение 20 мин. Остаток материала с каждого сита отдельно переносили в чистые, предварительно высушенные до постоянной массы выпарительные чаши и взвешивали.

Массовую долю остатка на каждом сите ( $X$ ) в процентах вычисляли по формуле

$$X = \frac{m_1 - m_2}{m} \cdot 100,$$

где  $m_1$  - масса чаши с сухим остатком на соответствующем сите, г;

$m_2$  - масса чаши, г;

$m$  - масса навески, г.

Допускаемое расхождение между результатами двух параллельных определений составило 0,1 %.

Зависимость массовых долей кварцевых песков Таш-Кумырского и Озгурского кварцевых песков от размерностей приведены в таблице 1, а графики зависимостей в рисунках 1а и 1б.

**Таблица 1. Дисперсный состав кварцевых песков Таш-Кумырского и Озгурского месторождений**

П№	Размерность, мм	Массовая доля кварцевого песка Таш-Кумырского месторождения, г	Массовая доля кварцевого песка Озгурского месторождения, г
1	0-0,1	21	153
2	0,1-0,25	25	32
3	0,25-0,5	138	150
4	0,5-1	409	224

а графики зависимостей в рисунках 1а и 1б:

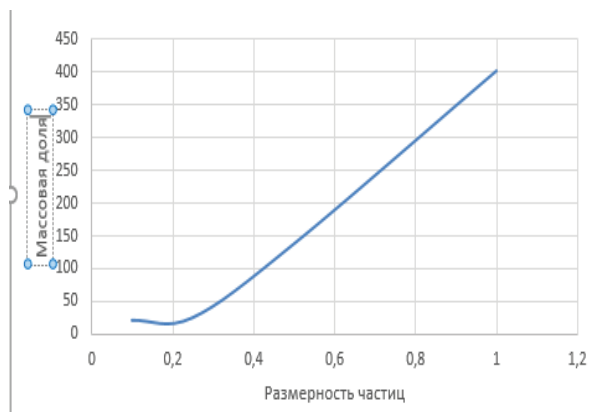


Рисунок 1а. Дисперсный состав кварцевого песка Таш-Кумырского месторождения

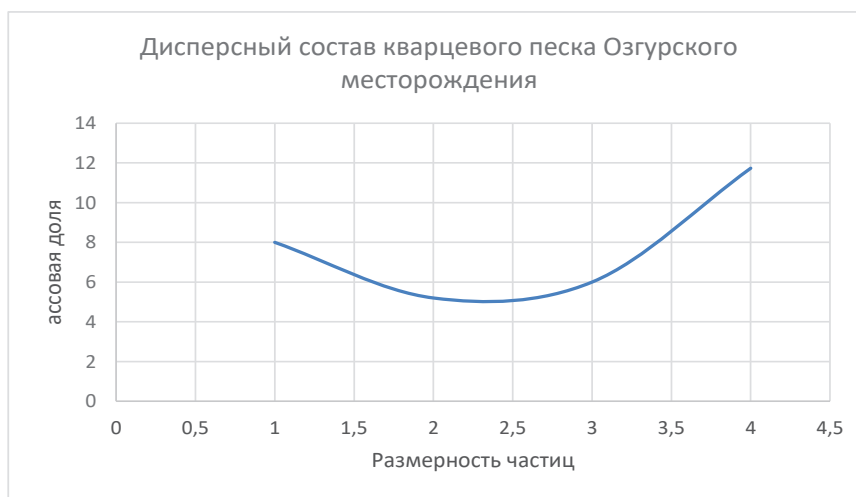


Рисунок 1б. Дисперсный состав кварцевого песка Озгурского месторождения

Известно, что кластерные структуры аналогичные полученным нами (рис. 7) обладают масштабной инвариантностью [10, 11, 12]. Для получения информации о фрактальных характеристиках кластеров наночастиц, их ассоциатов, макрокластеров и структуре наполненного материала в целом мы использовали методы, разработанные для определения локальной и глобальной фрактальности.[13]

Для того чтобы определить формы зерен кварцевых песков Таш-Кумырского и Озгурского месторождений использовали способ отбора пробы песка, отделение глинистых частиц, расположение пробы песка на контрастной гладкой подложке, фотографирование через микроскоп, оптический микроскоп и оптического бинокуля

и они показаны следующих рисунках: На рисунке 2а, б, в и 3а,б,в наглядно показаны, определение фрактальную размерность песка путем подсчета клеток определенного масштаба, приходящихся на его частицу. Фрактальность частиц кварцевых песков Таш-Кумырского и Озгурского месторождений исследовались методом оптического анализа. Частицы фотографировались через оптический микроскоп с заданным увеличением.

Определение фрактальной размерности частиц кварцевого песка путем подсчета количества клеток показаны в рисунке 2: а – съемка оптическим микроскопом Таш-Кумырский кварцевый песок фракции 0,1–1 мм; б – съемка оптическим микроскопом отсева дробления фракции кварцевого песка Озгурского месторождения 0,1-1 мм

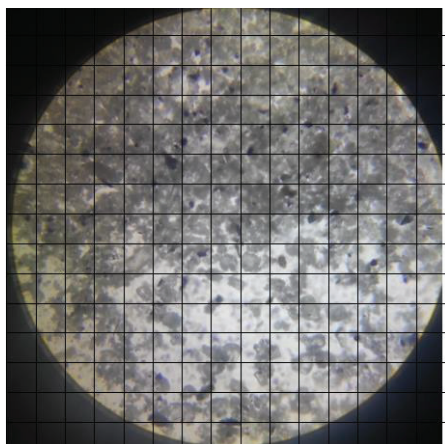


Рисунок 2а. Съемка оптическим микроскопом Таш-Кумырского кварцевого песка фракции 0,1–1 мм

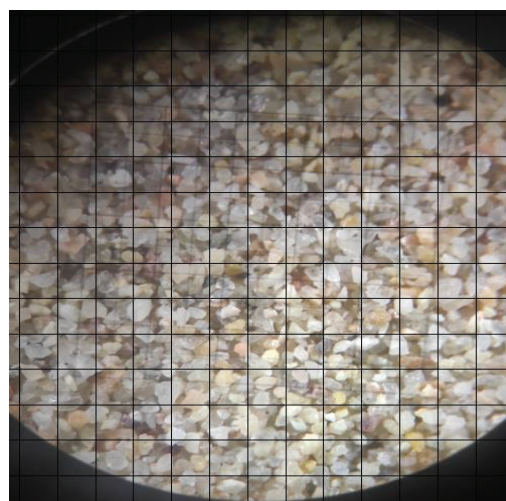


Рисунок 2а. Съемка оптическим микроскопом Озгурского кварцевого песка фракции 0,1–1 мм

После этого посчитаем количество квадратов  $N(l)$ , и площадь маленькой клетки  $g$  и далее уменьшим размер клетки на единицу  $l=1-1$ . используя формула Хаусдовского (1) найдем фрактальную размерность частицы кварцевых песков Таш-Кумырских и Озгурских месторождений. И чтобы получить прямую линию использовали логарифмическую сетку, а для создания логарифмическую сетку мы создали программу с помощью библиотеки Matplotlib программы Python как показано на рисунке 3:

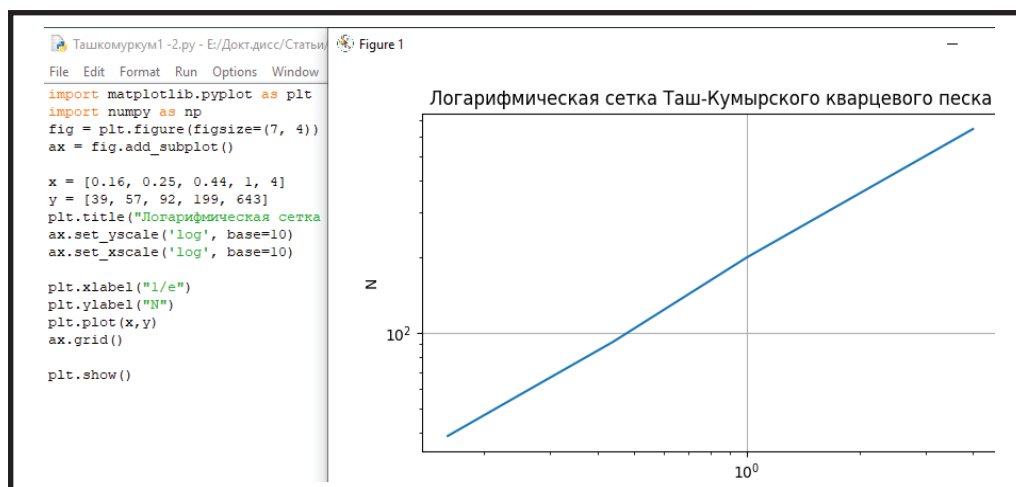


Рисунок 3. Программа для создания логарифмической сетки и график созданный на этой сетке

По графику находили тангенс угла наклона и используя формулы

$$f = \operatorname{tg} \alpha = 0,572$$

$$d = 1,572$$

Аналогичным образом расчет сделали для кварцевого песка Озгурского месторождения.

$$d(o) = 1,51$$

Согласно приведенной формуле получены следующие данные:  $d(\text{ТК}) = 1,598$ ;  $d(\text{О}) = 1,568$ , то есть фрактальная размерность Таш-Кумырского кварцевого песка на 4% превышает размерность Озгурского кварцевого песка.

### Выводы:

- С помощью программы, которая показано на рисунке 3 можно составить логарифмическую сетку

- Поверхности дробленного песка Таш-Кумырского месторождения имеет более шероховатую поверхность

- Дальнейшее изучение поверхности песков месторождений Таш-Кумыра и Озгура с точки зрения фрактальной геометрии позволит определить влияние фрактальной размерности песка на такие важные характеристики как насыпная плотность, и зависимости от размеров частиц.

Таким образом, использование метода определения фрактальных размерностей позволяет получать количественную информацию о структуре кварцевых песков, связи элементов структуры между собой, а также высказывать предположения о механизме образования сложных самоподобных структур.

### Литература

1. *Mandelbrot B.* The Fractals Geometry of Nature. - №4. - Freeman. - San Francisco, 1982.
2. *Додис Я.М.* Оценка фрактальной размерности разрушенного взрывом массива горных пород // Вестник КРСУ. 2002. № 2. (<http://www.krsu.edu.kg/vestnik/2002/v2/a18.html>).
3. *Золотухин И.В.* Фракталы в физике твердого тела. - Соросовский образовательный журнал, №7, 1998, с. 108-113
4. Самоорганизация фрактальных конденсированных систем / Б. Ташполотов, Б. Арапов; Нац. акад. наук Кыргызской Республики, М-во образования Кыргызской Республики, Ошский гос. ун-т. - Бишкек : Илим, 2004. - 132 с. : ил.; 21 см.; ISBN 5-8355-1336-4
5. *Хамидулина Д.Д.* Оценка фрактальной размерности песка центробежно-ударного дробления. Строительные материалы - 2010, №6, с. 48-49
6. *Смолко В. А., Антошкина Е. Г., Сапегин А. В.* Способ определения фрактальной размерности границ зерен формовочного песка. Владельцы патента RU 2574173: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет) (ФГБОУ ВПО «ЮУрГУ» (НИУ)) (RU)
7. *Курдюков В.И., Остапчук А.К., Овсянников В.Е., Рогов Е.Ю.* Анализ методов определения фрактальной размерности
8. *Шрёдер М.* Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая Ижевск.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 528 с.
9. *Яблоков М.Ю.* Определение фрактальной размерности на основе анализа изображений // Журнал физической химии - 1999. - №2. - С. 73
10. *Салтыков С.А.* Стереометрическая металлография. М.: Metallurgia, 1976.
11. Фракталы в физике. Пьетронеро Л., Тозатти Э., ред. М.: Мир, 1988
12. *Mandelbrot B.B.* The fractal geometry of nature. New York: Freeman, 1983.
13. *Чалых А. Е., Герасимов В. К., Горшкова О. В., Стоянов О. В.* Методы определения фрактальной размерности полимерных дисперсных систем // Вестник технологического университета. 2016. Т.19, №18